

Contenido

1	Preliminares	7
1.1	Introducción	7
1.2	Generalidades sobre ecuaciones diferenciales ordinarias	8
1.3	Motivación	9
2	Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden	15
2.1	Preliminares	15
2.2	Ejemplos preliminares	15
2.3	Campos de direcciones e isoclinas	17
2.4	Existencia y unicidad de soluciones	19
2.5	Solución general y problema de valores iniciales	21
2.6	Ecuaciones de variables separables	23
2.6.1	Ecuaciones que se reducen a ecuaciones de variables separables	28
2.7	Ecuaciones Diferenciales Exactas y Factor Integrante	32
2.7.1	Casos en que es fácil encontrar el factor integrante	36
2.8	Ecuaciones Lineales	38
2.9	Ecuaciones que se reducen al caso lineal	43
2.9.1	Ecuación de Bernoulli	43
2.9.2	Ecuación de Riccati	44
2.10	Ejercicios resueltos	46
3	Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden	71
3.1	Familias de Curvas y Trayectorias Ortogonales	71
3.2	Reacciones químicas de primer orden y desintegración	74
3.3	Procesos químicos simples	78
3.4	Circuitos eléctricos simples	79
3.5	Problemas de mezclas	83
3.6	Problemas resueltos	89
4	Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden	103
4.1	Teorema de Existencia y Unicidad	103
4.2	Casos simples de reducción de orden	105
4.3	Ecuaciones Lineales de Segundo Orden	110

4.3.1	Ecuación Lineal Homogénea de Segundo Orden	111
4.3.2	Ecuaciones Lineales Homogéneas de Segundo Orden con Coeficientes Constantes	116
4.3.3	Ecuación de Euler	118
4.3.4	Ecuaciones Lineales de Segundo Orden no Homogéneas	120
4.3.5	Método de variación de constantes	121
4.3.6	Método de coeficientes indeterminados	124
4.4	Ejercicios resueltos	128
5	Aplicaciones de Ecuaciones Ordinarias de Segundo Orden	137
5.1	Curvas de Persecución	137
5.2	Movimiento de una Partícula	139
5.3	Vibraciones en Sistemas Mecánicos	146
5.4	Circuitos eléctricos simples	154
5.5	Problemas resueltos	157
6	Soluciones en Serie de Potencias	167
6.1	Recuerdos de Series de Potencias	167
6.2	Recuerdos de Funciones Analíticas	170
6.3	Solución en torno a puntos ordinarios	171
6.4	Ecuación de Legendre y Polinomios de Legendre	173
6.5	Solución en torno a puntos singulares regulares	178
6.6	Método de Frobenius	180
6.7	Ecuación de Bessel y funciones de Bessel	189
6.8	Ecuación Hipergeométrica de Gauss	197
6.9	Ejercicios resueltos	201
7	Transformada de Laplace	217
7.1	Definición y Propiedades	217
7.2	Funciones Discontinuas	228
7.3	Funciones Periódicas	231
7.4	Convolución	233
7.5	Ecuaciones Integrales	237
7.6	Función de transferencia	238
7.7	Impulso unitario	240
7.8	\mathcal{L} es inyectivo	243
7.9	Ejercicios resueltos	244
8	Ecuaciones en Derivadas Parciales y Formas Canónicas	253
8.1	Introducción	253
8.2	Principales diferencias con E.D.O.	254
8.3	Clasificación de las E.D.P. de Segundo Orden	255
8.4	Formas Canónicas	255
8.4.1	Ecuaciones hiperbólicas	257

8.4.2	Ecuaciones parabólicas	258
8.4.3	Ecuaciones elípticas	259
8.5	Ejercicios resueltos	262
9	Ecuación de ondas unidimensional	273
9.1	Deducción de la ecuación de ondas	273
9.2	Fórmula de D'Alembert	275
9.2.1	Funciones pares, impares y periódicas	276
9.2.2	Problema de ondas homogéneo con extremos fijos	277
9.2.3	Problema de ondas homogéneo con extremos libres	279
9.2.4	Problema de ondas homogéneo con extremos semi-libres	281
9.3	Ejercicios resueltos	286
10	Método de Separación de Variables	301
10.1	Método	301
10.2	Problemas de Sturm-Liouville más frecuentes	304
10.3	Ejercicios resueltos	307
11	Ecuación del Calor	315
11.1	Deducción de la ecuación del calor	315
11.1.1	Difusión en una barra finita aislada	317
11.2	Ejercicios resueltos	322
12	Ecuación de Laplace	331
12.1	Funciones armónicas	331
12.2	Ecuación de Laplace en el disco	334
12.3	Convergencia de la Serie de Fourier: Núcleo de Poisson	337
12.4	Ecuación de Laplace en un Rectángulo	341
12.5	Ejercicios resueltos	343